მიხეილ ნოდიას სახ. გეოფიზიკის ინსტიტუტის შრომები, ISSN 1512-1135, ტ. LXIX, 2018
Transactions of Mikheil Nodia Institute of Geophysics, ISSN 1512-1135, vol. LXIX, 2018
Труды Института геофизики им. Михаила Нодиа, ISSN 1512-1135, т. LXIX, 2018

СОСТОЯТЕЛЬНЫЕ КРИТЕРИИ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ

[1]Зеракидзе З., [2]Кириа Т., [3]Чания М.

[1]Горийсский государственный университет
[1]Институт геофизики им. М. Нодиа, ТГУ
[3]Сухумский государственый университет

Пусть (E, S) – измеримое пространство $\{\mu_h, h \in H\}$ множество вероятностых мер на (E, S) , H – множество гипотез. Напомним некоторые определения [см. [1] – [3]].

Определение 1. *Статистической структурой будем называть следуший обьект* $\{E, S, \mu_h, h \in H\}$.

Пусть $\mathrm{B(H)}$ σ – алгебра содержаюшие все конечные множества H.

Определение 2. Будем говорить, что статистическая структура $\{\mathrm{E}, \mathrm{S}, \mu_\mathrm{h}, \mathrm{h} \in \mathrm{H}\}$ допускает Состоятельный критериий для проверки гипотез $\mathrm{h} \in \mathrm{H}$, если существует такое хотя бы одноизмеримое отображение δ пространства (E, S) в $(\mathrm{H}, \mathrm{B(H)})$, что выполняется следушие соотношения$\{\mathrm{E}, \mathrm{S}, \mu_\mathrm{h}, \mathrm{h} \in \mathrm{H}\}$

$$\mu_\mathrm{h}(\{\mathrm{x}: \delta(\mathrm{x}) = \mathrm{h}\}) = 1 \quad \forall\, \mathrm{h} \in \mathrm{H}$$

Замечание 1. Если статистическая структура $\{\mathrm{E}, \mathrm{S}, \mu_\mathrm{h}, \mathrm{h} \in \mathrm{H}\}$ допускает состоятельный критерий для проверки гипотез, то она сильно разделима, но не наоборот.

Пусть (E, S) – измеримое пространство, а S_n возврастаюшая последовательность σ – алгебр $S_1 \subset S_2 \subset \cdots \subset S_n$ таких, что

$$S = \bigcup_{n=1}^{\propto} S_n$$

Определение 2. *Будем говорить, что статистическая структура* $\{E, S, \mu_h, h \in H\}$ *допускает сильно состоятелный критерий для проверки гипотез* $h \in H$, *если сушествует* последовательность S_n измеримых отаблажений $g_n(x)$ принимающих значений из H , что выполняются следушие соотношения

$$\mu_h(\{x: \lim \rho(g_n(x)\,, h = 0\}) = 1 \quad \forall\, h \in H$$

Теорема 1. Если *статистическая структура* $\{E, S, \mu_h, h \in H\}$ *допускает сильно состоятелный критерий для проверки гипотез* $h \in H$, *то это статистическая структура допускает состоятельный критерий для проверки гипотез.*

Доказательство: Так как *статистическая структура* $\{E, S, \mu_h, h \in H\}$ *допускает сильно состоятельный критерий для проверки гипотез, сушествует* последовательность $\delta_n(x)$ S_n – измеримых отображений $\delta_n(x)$ принимающих значения из H, что

$$\mu_h(\{x: \lim \rho\,, (g_n(x), h) = 0\}) = 1 \quad \forall\, h \in H$$

Допустим, что

$$\delta(x) = \begin{cases} \lim \delta_n(x), & \textit{если предел существует} \\ 0, & \textit{если предела нет} \end{cases}$$

Тогда

$$\mu_h(\{x: \delta(x) = h\}) = 1 \quad \forall\, h \in H$$

Теорема 1 доказана.

Определение 4. *Будем говорить, что статистическая структура* $\{E, S, \mu_h, h \in H\}$ *допускает равномерно состоятельный критерий* $\delta(x)$ *для проверки гипотез, если существует* последовательность $\delta_n \in S_n$ – измеримых отображений , что для всех $\varepsilon > 0$

$$\lim_{n\to 0} \sup_{h\in H} \mu_h\big(\{x: \rho\big(\delta_n(x), \delta(x)\big) > \varepsilon\}\big) = 0$$

Теорема 2. Если *статистическая структура* $\{E, S, \mu_h, h \in H\}$ *допускает равномерно состоятельный критерий для проверки гипотез, это статистическая структура допускает состоятельный критерий для проверки гипотез.*

Доказательство. Если *статистическая структура* $\{E, S, \mu_h, h \in H\}$ *допускает равномерно состоятельный критерий для проверки гипотез, то если* n_k *выбрано так, чтобы*

$$\sum \sup_{h\in H} \mu_h\left(\left\{x: \rho\big(\delta_n(x), \delta(x)\big) > \frac{1}{k}\right\}\right) < \infty$$

то $\boldsymbol{\delta_{n_k \to \delta(x)}}$ *для всех* $h \in H$ *почти всюду по мере* μ_h.

Тогда по теореме 1 эта статистическая структура допускает состоятельный критерий для проверки гипотез.

Теорема 2 доказана.

Теорема 3. Пусть дана *статистическая структура* $\{E, S, \mu_h, h \in H\}$ *и* μ_h *абсолютно непрерывна относительно вероятностной меры* μ $\forall\, h \in H$. $\mu_h \le \mu$. *Тогда статистическая структура* $\{E, S, \mu_h, h \in H\}$ *допускает состоятельный критерий для проверки гипотез.*

Доказательство. Пусть

$$\delta_n(x) = M_\mu(\delta(x)/S_n\,)$$

Условное математическое ожидание на вероятностном пространстве (E, S, μ) , *тогда* $\delta_n(x)$ *- которые образуют мартингал на* (E, S, μ) *имеющий при* $n \to \infty$ *предел почти всюду по мере* μ. *Но так как* $\mu_h \le \mu$ $\forall\, h \in H$, *то* $\boldsymbol{\delta_n(x)} \to \boldsymbol{\delta(x)})$ *для всех* $h \in H$ *почти всюду по мере* μ_h

$$\mu_h(\{x: \delta_n(x) \to \delta(x)\}) = 1$$

Тогда

$$\tilde{\delta}_n(x) = \begin{cases} \lim \delta_n(x), & \textit{если предел существует} \\ 0, & \textit{если предел нет} \end{cases}$$

То $\mu_h\big(\{x: \tilde{\delta}_n(x) \to \delta(x)\}\big) = 1 \quad \forall\, h \in H.$

Теорема 3 доказана.

Литература

1. Aleksidze L. Mumladze M. Zerakidze Z. The consistent criteria of hypotheses. Modern Statistics, Theory and Application 1(1) 2014, 3 -11.
2. Ибрамхалилов И. Ш., Скороход А. В. Состоятельные оценки параметров случайных процессов, «Наука – Думка» Киев 1980.
3. Kharazishvili A. B. On the extince of consistent estimator for strongly separable family probability measures, Probability Theory and Mathematical statistics. Mecniereba. Tbilisi. 1989.

ჰიპოთეზათა შემოწმების ძალდებული კრიტერიუმები

ზერაკიძე ზ., ქირია თ., ჭანია მ.

რეზიუმე

ნაშრომში დამტკიცებულია აუცილებელი და საკმარისი პირობები ძალდებული კრიტერიუმების არსებობის შესახებ.

Состоятельные критерии для проверки гипотез

Зеракидзе З., Кириа Т., Чания М.

Реферат

В труде доказаны необходимые и достаточные условия о существовании состоятельных критериев проверки гипотез.

Cantidation for existence of such criteria

Zerakidze Z., Kiria T., Chania M.

Abstract

Consistent criteria for testing hypotheses in the paper we prove necessary and sufficient cantidation for existence of such criteria.