

Деформационная энергия земной коры, высвобождаемая при сильных землетрясениях

К. З. Картвелишвили, Д. К. Картвелишвили

Рассмотрены вопросы, связанные с вычислением величины деформационной энергии земной коры, которая высвобождается при образовании трещины. По наблюдениям за внезапными изменениями на записях экстензометров эти скачки позволяют оценить энергию землетрясения, которая расходуется на разрушение среды вокруг эпицентра и изменение поля напряжения земной коры.

Известно, что земная кора может разрушиться, если деформации в ней достигнут определенного предела. Лабораторные эксперименты дают значение 10^{-3} или выше. Цубой (Tsuboi С., 1965) проанализировал деформации коры, сопутствующие различным сейсмическим событиям и оценил предельную деформацию как $(1 \div 2) \cdot 10^{-4}$. До этого предела земная кора деформируется упруго, но не разрушается. Расхождение этого значения по сравнению с лабораторными данными, по-видимому, объясняется тем, что реальная земная кора содержит множество трещин и разломов, что уменьшает ее прочность. Оказалось, что если использовать величину скачкообразной деформации, можно вычислить величину изменения деформационной энергии земной коры.

Рассмотрим какое-нибудь упругое тело и предположим, что его состояние меняется так, что тензор деформации u_{ik} изменяется на малую величину δu_{ik} . Тогда работа, необходимая для изменения тензора деформации на эту малую величину, выражается следующей формулой (Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, 1965):

$$\delta A = -\tau_{ik} \delta u_{ik}, \quad (1)$$

где u_{ik} – тензор деформации, а τ_{ik} – тензор напряжения.

Для тензора напряжения имеем:

$$\tau_{ik} = k u_{kk} \delta_{ik} + 2\mu \left(u_{ik} + \frac{1}{3} \delta_{ik} u_{ee} \right) \quad (2)$$

или

$$\tau_{ik} = 2\mu \left(u_{ik} + \frac{\sigma}{1-2\sigma} \delta_{ik} u_{ee} \right), \quad (3)$$

где $k = \lambda + \frac{2}{3}\mu$, λ , μ – параметры Ламе, σ – коэффициент Пуассона,

δ_{ik} – символ Кронекера.

Если подставить (3) в (1), то можно получить следующее выражение:

$$\delta A = - \left(2\mu u_{ik} \delta u_{ik} + \frac{2\sigma\mu}{1-2\sigma} \delta_{ik} u_{ee} \delta u_{ik} \right). \quad (4)$$

Известно, что любой симметричный тензор соответствующим выбором координатной системы можно привести к диагональному виду. С учетом вышесказанного и того, что работа, определяемая выражением (1), расходуется на изменение упругой энергии земной коры δE , можно получить следующее выражение:

$$\delta E = \mu \left[\frac{\sigma}{1-2\sigma} (\delta u_{11} + \delta u_{22} + \delta u_{33})^2 + \delta u_{11}^2 + \delta u_{22}^2 + \delta u_{33}^2 + 2(\delta u_{12}^2 + \delta u_{23}^2 + \delta u_{31}^2) \right]. \quad (5)$$

Так как u_{ik} представляет собой симметричный тензор, то если привести u_{ik} к диагональному виду, т. е. допустить, что :

$$u_{12} = u_{23} = u_{31} = 0,$$

то можно получить :

$$\delta E = \mu \left(\frac{\sigma}{1-2\sigma} (\delta u_{11} + \delta u_{22} + \delta u_{33})^2 + (\delta u_{11} + \delta u_{22} + \delta u_{33})^2 - 2(\delta u_{11}\delta u_{22} + \delta u_{22}\delta u_{33} + \delta u_{33}\delta u_{11}) \right), \quad (6)$$

или

$$\delta E = \mu \left(\frac{1-\sigma}{1-2\sigma} (\delta u_{11} + \delta u_{22} + \delta u_{33})^2 - 2(\delta u_{11}\delta u_{22} + \delta u_{22}\delta u_{33} + \delta u_{33}\delta u_{11}) \right). \quad (6')$$

Если в (6') обозначить $e_i = \delta u_{ii}$, то окончательно получим (Ozawa I., 1965):

$$\delta E = \mu \left(\frac{1-\sigma}{1-2\sigma} (e_1 + e_2 + e_3)^2 - 2(e_1e_2 + e_2e_3 + e_3e_1) \right). \quad (7)$$

Если в (7) допустить, что $\sigma = 0,25$ и $|e|_{max}$ — максимальное значение среди основных компонент деформации, то получим:

$$\delta E = 1,5\mu|e|_{max}^2, \quad (8)$$

если же $e_1 = e_2 = e_3 = |e|$, то :

$$\delta E = 7,5\mu|e|^2. \quad (9)$$

Известно, что распределение деформационной энергии в земной коре вокруг эпицентра землетрясения имеет следующий вид:

$$E(r) = ar^{-4}, \quad (10)$$

где r —гипоцентрическое расстояние, a — специфическая константа, характеризующая данное землетрясение. Для определения этой константы рассмотрим область вокруг гипоцентра, в которой произошли разрушения. Известно, что (Tsuboi G., 1965) максимально возможное приращение упругой энергии в земной коре в единице объема оценивается в

$$E_0 = 10^{+3} \frac{\partial \mathcal{E}}{M^3} \quad (11)$$

Это позволяет определить радиус разрушенной области и величину a :

$$r = \sqrt[4]{\frac{a}{E_0}}, \quad (12)$$

$$a = E_0 r^4. \quad (13)$$

Таким образом, если на эпицентральном расстоянии r приращение упругой энергии земной коры в единице объема равно E_0 , и, если допустить, что E_0 не зависит от направления из эпицентра, то для относительно неглубокого землетрясения можно написать:

$$E_{\text{напное}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_{r_0}^{\infty} E r^2 \sin \vartheta' dr d\vartheta' d\varphi + \frac{2}{3} \pi r^3 \circ E_0, \quad (14)$$

где φ – азимут, ϑ' – угловая глубина элемента объема dv .

После интегрирования выражения (14) получим :

$$E_{\text{напное}} = \frac{14}{3} \pi r^3 \circ E_0. \quad (15)$$

Используя выражения (9), (10) и (15), получим величину приращения полной деформационной энергии в земной коре, которая высвобождается при землетрясении:

$$a = E r^4 = 1,5 \mu |e|_{\text{max}}^2 r^4, \quad (16)$$

$$r_0 = r \sqrt[4]{\frac{1,5 \mu |e|_{\text{max}}^2}{E_0}} \quad (17)$$

$$E_n = \frac{14}{3} \pi r^3 \sqrt[4]{\frac{1,5^3 \mu^3 |e|_{\text{max}}^6 E_0^4}{E_0^3}} = \frac{14}{3} \pi r^3 |e|_{\text{max}}^{3/2} \sqrt{(1,5 \mu)^3 E_0}. \quad (18)$$

Если в (18) подставить следующие значения E_0 и модуля жесткости μ :

$$E_0 = 10^3 \frac{\partial \mathcal{JС}}{M^3}, \quad \mu = 5 \cdot 10^{10} \frac{H}{M},$$

то мы можем получить:

$$E_n = 118,15512 \cdot 10^8 r^3 |e|_{\text{max}}^{3/2}. \quad (19)$$

С помощью формулы (19) по данным экстензометров Тбилисской подземной приливной лаборатории были оценены величины высвобожденной энергии для двух сильнейших близких землетрясений, и получены следующие результаты:

1. Параванское землетрясение 13. 5. 1986 г.

$$\varphi = 41^{\circ} 43' N, \quad \lambda = 43^{\circ} 45' E, \quad \Delta_{78} \approx 90 \text{ км},$$

$$M = 5,4 (k = 13,66), \quad E = 4,47 \cdot 10^{13} \text{ дж}$$

Наблюдаемые величины остаточных деформаций:

$$e_{N66^{\circ}.5E} = 0$$

$$e_{N30^{\circ}.w} = 0$$

$$e_{zz} = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ (сжатие)}$$

$$E_n = 7,26 \cdot 10^{12} \text{ дж}$$

$$k = 12,79$$

2. Спитакское землетрясение 7. 12. 1988 г.

$$\varphi = 40^{\circ} 91' N, \quad \lambda = 44^{\circ} 25' E; \quad \Delta_{78} = 110 \text{ км},$$

$$M = 6,7 (k = 15,93) \quad E = 8,51^{15} \text{ дж},$$

Наблюдаемые величины остаточных деформаций :

$$e_{N66^{\circ}.5E} = 78 \cdot 10^{-8} \text{ (растяжение)}$$

$$e_{N30^{\circ}.w} = 4,9 \cdot 10^{-9} \text{ (растяжение)}$$

$$e_{zz} = 5,75 \cdot 10^{-9} \text{ (сжатие)}$$

$$E_n = 8,14 \cdot 10^{15} \text{ ჯ}$$

$$k = 15,91$$

Эти результаты показывают, что значения E_n , полученные по экстензометрическим материалам наблюдаемых остаточных деформаций, достаточно близки к значениям, которые были получены с помощью сейсмических данных (по М или К).

Литერატურა

1. Tsuboi: С. Earthquake energy, earthquake volume, aftershock area and strength of the Earths, crust. Journal of physics of the Earth V.I.1965.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости М., "Наука", 1965.

ძლიერი მიწისძვრების დროს გამოთავისუფლებული ენერგია

კ. ქართველიშვილი, დ. ქართველიშვილი

რეზიუმე

მიწისძვრის დროს გამოთავისუფლებული ენერგიის სიდიდე შეიძლება მიღებულ იქნეს დეფორმაციის კომპონენტების სიდიდეების გამოყენებით. მნიშვნელოვანი დეფორმირებადი ჩანაწერები იქნა მიღებული თბილისის მიმოქცევის მიწისქვეშა ლაბორატორიაში ფარავნის (13. 5. 1986. $\varphi = 41^\circ, 71N, \lambda = 43^\circ, 75E, M = 5.4$) და სპიტაკის (7.12.1988, $\varphi = 40^\circ, 91N, N = 44^\circ, 25E, M = 6.7$) მიწისძვრებისათვის. შესაბამის კომპონენტებზე დეფორმაციის სიდიდეების გამოყენებით მიღებული იქნა გამოსხივებული ენერგიის მნიშვნელობები $E_{\text{ფარ}} = 7.26 \times 10^{19}$ ერგი და $E_{\text{სპიტაკ}} = 8.14 \times 10^{22}$ ერგი, რაც შეესაბამება სეისმური მონაცემებით მიღებულ მნიშვნელობებს.

Strain energy released by strong Earthquakes

K. Z. Kartvelishvili, D. K. Kartvelishvili

Abstract

The strain energy, released by earthquakes can be obtained using the values of stress components. A -Remarkable strain seismograms, were written for the Pharavany (13. 5. 1986) $\varphi = 41^\circ, 71N, \lambda = 43^\circ, 75E, M = 5.4$) and Spitaky (7.12.1988 $\varphi = 40^\circ, 91N, N = 44^\circ, 25E, M = 6.7$) earthquakes at the Tbilis: underground tidal Laboratory. Usnig the values of, train components we obtained $E_{\text{ph}} = 7.26 \times 10^{19}$ ergs and $E_{\text{spit}} = 8.14 \times 10^{22}$ ergs. These results, are in agreement with seismic data.