მიხეილ ნოდიას გეოფიზიკის ინსტიტუტის შრომები, ტ. LXI, 2009
Transactions of Mikheil Nodia Institute of Geophysics, vol. LXI, 2009
Труды Института геофизики им. М. Нодиа, т. LXI, 2009

К ВОПРОСУ О ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ИОНОСФЕРЕ

Гвелесиани А. И.

Институт геофизики им. М. Нодиа, 0193, Тбилиси, ул. М. Алексидзе, 1

1. Введение

В настоящей статье будут рассматриваться главным образом результаты теоретических исследований и, при необходимости, сопоставляться с данными наблюдений и экспериментов. Каждый из рассматриваемых здесь процессов (плавучесть, амбиполярная диффузия, рекомбинация, ионизация,) имеет свои характерные пространстенно-временные масштабы: длины, скорости, времени и других параметров, – классификация которых проводится в наиболее общей форме. В аналитических исследованиях это ведёт к постановке многообразных задач, формулируемых на своих простанственно-временных масштабах, что само по себе осложняет ситуацию и требует тщательный анализ данных наблюдений. В ряде случаев методы подобия и анализа размерностей позволяют обойти аналитические трудности решения задач. Здесь будут обсуждаться оба подхода к проблеме построения спектральиых функций турбулентности.

В работах [1, 2] было показано, что формы спектральных функций в мезосфере и нижней термосфере подобны спектрам турбулентности в нижней атмосфере. Более того, как было показано в [3, 4], аналогичное заключение, на основе данных наблюдений, может быть сделано и применительно к ионосферно-магнитосферной плазме. Это даёт основание развитые для нижней атмосферы методы исследований турбулентности применять к турбулентной ионосферной среде, труднодоступной для непосредственных наблюдений, и сравнивать с измерениями в верхней атмосфере.

2. Спектральиые функции и параметры турбулентиости нейтральиой атмосферы

2.1. В энергетике турбулентности стратифицированной атмосферы следует принимать во внимание работу, производимую силами плавучести при вертикальном движенин воздушных масс. В спектральном пространстве, где доминирующая роль принадлежит силам плавучести, соответствующая подобласть инерционного интервала известна как подобласть плавучести. Известны две работы [5, 6], легшие в основу турбулентной теории подобласти плавучести. На основе экспериментальной работы Шура [7] и наиболее приемлемой работы Ламли для случая устойчивой атмосферы Филлипс [8] выводит уточнённую теоретическую спектральную функцню, соответствующую моделям [5, 6]. Статья [9] посвящена теории турбулентной подобласти плавучести. Хотя многие авторы рассматривают спектры флуктуаций плотности или температуры, автор уверен, что теория более прозрачна, когда рассматривается непосредственно потенциальная энергия, как это делает, например [10].

Пара динамических уравнений, полученных в классической работе Филлипса [8], до сих пор является осиовной в этих исследованиях:

а) уравнение для спектра кинетической энергии:

$$\frac{\partial}{\partial t}E(k)+\frac{\partial}{\partial z}Q(k)= S_a(k)\frac{\partial U_a}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial k}\varepsilon(k)+J(k)-2\nu k^2E(k), \qquad (1)$$

где $E(k)$ – спектральная плотность энергии, $Q(k)$ – вклад диффузии энергии в спектр $E(k)$; первый член справа описывает переход энергии от осреднённого течения к возмущениям с волновым числом k, создаваемый работой против градиента средней скорости $\partial U_\alpha / \partial z$, (α = 1, 2); $S_\alpha(k)$ – спектр горизонтальных напряжений Рейнольдса, $\varepsilon(k)$ – скорость переноса энергии по спектру волновых чисел (от возмущений с ме́ньшими k, возмущениям с бо́льшими k); $J(k) = -\overline{wg\rho / \rho_0}$ – определяет затрату энергии на преодоление сил плавучести (отрицательный в случае устойчивой стратификации атмосферы); последний член описывает диссипацию под действием молекулярной вязкости ν;

б) аналогичное уравнение для спектра пульсаций плавучести $\beta(k)$ (среднеквадратичных флюктуаций плавучести):

$$\frac{\partial}{\partial t}\beta(k)+\frac{\partial}{\partial z}Q_B(k)= -J(k)\frac{\partial B}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial k}\Phi(k)-2\gamma k^2\beta(k), \qquad (2)$$

где $Q_B(k)$ – вклад диффузии в физическом пространстве в спектр плавучести $\beta(k)$; первый член справа описывает вклад в $\beta(k)$, создаваемый воздействием турбулентности на градиент средней плавучести $B = -g\overline{\rho} / \rho_0$ (градиент которого совпадает с квадратом частоты Брэнта-Вяйсяля); Φ – перенос пульсаций плавучести по спектру волновых чисел; γ – коэффициент молекулярной диффузии (точнее, температуропроводности).

Ввиду математических трудностей, эти уравнения в полном виде до сих пор не решены.

В частности, в работе [9] используются упрощённая их форма ($d\varepsilon / dk - \zeta = 0$, $d\varepsilon_p / dk + \zeta = 0$) [8]. В ней обсуждаются известные спектральные функции для спектрального потока плавучести $\zeta(k)$, спектрального потока кинетической энергии $\varepsilon(k)$ и скалярного спектра кинетической кинетической энергии $E(k)$:

$$\zeta(k)=-2\omega_B^2\varepsilon(k)^{1/3}k^{-7/3},\ \varepsilon(k)=\varepsilon_0[1+(k/k_B)^{-4/3}]^{3/2},\ E(k)=\alpha\varepsilon(k)^{2/3}k^{-5/3}, \qquad (3)$$

где $\alpha \sim 1.5$ – постоянная Колмогорова, $k_B=(\omega_B^3/\varepsilon_0)^{1/2}$ – волновое число плавучести. Характерная особенность $E(k)$ спектра Ламли [6] состоит в резком увеличении в направлении к малым волновым числам к универсальному пределу $E(k) \sim \alpha\omega_B^2 k^{-3}$. Такой высокий поток кинетической энергии при любом k необходим для рассеяния важной кинетической энергии при высоких волновых числах и перехода в потенциальную энергию, причём, характерное время турбулентности $\tau_c \approx \varepsilon^{-1/3}k^{-2/3}$, [10]. На последнее обстоятельство обращено, можно сказать, основное внимание авторов работы [9].

Для спектрального потока потенциальной энергии получено выражение:

$$\varepsilon_p(k)=\varepsilon_0[d+1-(1+(k/k_b)^{-4/3})^{3/2}], \qquad (4)$$

где d есть отношение скоростей потенциальной энергии к кинетической, $\varepsilon_p(k)$ переходит при волновом числе k_G, согласно выражению

$$k_G=k_B[(1+d)^{2/3}-1]^{-3/4}. \qquad (5)$$

Следуя аргументации Филлипса [8], для температурного спектра авторы получают выражение скалярного спектра потенциальной энергии:

$$E_p(k)=\alpha_p|\varepsilon_p(k)|\varepsilon(k)^{-1/3}k^{-5/3}, \qquad (6)$$

где $\alpha_p \approx 1$ – постоянная Бэтчелора.

В формуле (6) взято абсолютное значение ε_p, так как здесь важна сама величина, а не направление процесса передачи энергии турбулентности. Последнее соотношение показывает, что $E_p(k)$ представляет собой просвет при k_G (волновое число, при котором ε_p исчезает и меняет направление). С физической точки зрения этот просвет следует из "расширенной"("extended") колмогоровской гипотезы и медленности молекулярных процессов, неспособных с достаточно высокой скоростью рассеивать всю увеличенную флуктуацию плотности (температуры), вызываемую вертикальным турбулентным движением в среде с устойчивой стратификацией. Расчёты по формулам (4)-(6) дают согласие с результатми [6, 10]: обе теории предсказывают одинаковый вид спектрального потока плавучести $\zeta(k) \sim k^{-7/3}$ в инерциальной подобласти; в подобласти плавучести согласно классической теории $\zeta(k) \sim k^{-3}$ [6], в то время как согласно [10] зависимость $\zeta(k)$ охватывает область возможностей от $k^{-7/3}$ до $k^{1/3}$. Отсюда следует, почему экспериментальные наблюдения спектра вертикального потока тепла так же хорошо, как спектральиые просветы потенциальной энергии, являются важными ключами в этом споре. Работа имеет и широко обсуждаемую часть экспериментальных наблюдений.

Анализ полученных экспериментальных результатов показывает согласие с классической теорией подобласти плавучести, предложенной Ламли-Шуром. Однако, допущение изотропности для масштабов больших чем L_B неприемлемо: решительно необходима теория анизотропной подобласти плавучести. Дальнейшие теоретические усилия должны быть направлены на понимание того, каким образом потенциальная энергия переходит обратно в кинетическую энергию. Авторы подчёркивают необходимость важности сбора спектральной информации для различных косых направлений, для описания анизотропии флуктуирующих полей в подобласти плавучести, ибо исследованная в работе зависимость спектральных функций от вертикальных волновых чисел даёт лишь информацию о скалярной спектральной функции для условий сильно анизотропной турбулентности.

2.2. Гидродинамический механизм турбулентности, обусловленной сдвигом ветра, детально рассматривается в теоретической работе [12] в связи с проблемой возникновения спорадических-Е плазменных неоднородностей. Эти плазменные неоднородности, как отмечалось выше, обусловлены турбулентностью нейтральной атмосферы (характерные масштабы их практически одинаковы), и разделение их на рассматриваемых уровнях – мезосфера, нижняя термосфера, – ввиду слабой примеси плазмы, лишено смысла. Наличие плазмы способствует как обнаружению, с помощью наземной аппаратуры, нейтральных турбулентных неоднородностей, так и плазменных неоднородностей, возникших вследствие чисто плазменных неустойчивостей (например, градиентно-дрейфовой или двухпотоковой [13-18]). В отличие от ранних исследований, автор работы [12] даёт бóльшую информацию о спектре турбулентных неоднородностей при условиях градиентно-дрейфовой неустойчивости плазмы с учётом ионизационно-диффузионно-рекомбинационных процессов, получив поправочный множитель к известной формуле колмогоровской функции спектральной плотности $E(k)$ (см. ф-лы (27)-(30)).

Ниже учитывается обобщённая форма коэффициента рекомбинации в нижней ионосфере, где также существен фактор электрического поля [18, 19].

3. Плазменные неоднородности спорадического E_s-слоя. Гидродинамическое приближение

3.1. Полагается, что формирование плазменных неоднородностей совершается под действием динамической турбулентности нейтральной атмосферы, обусловленной сдвигом ветра на рассмтариваемых уровнях ионосферы.

Исходными являются уравнения магнитной гидродинамики:

$$\frac{\partial \vec{V}_{e,i}}{\partial t}+(\vec{V}_{e,i}\cdot\vec{\nabla})\vec{V}_{e,i}=\frac{q_{e,i}\vec{E}}{m_{e,i}}+\Omega_{e,i}[\vec{V}_{e,i}\cdot\vec{b}]-V_{T,e,i}\frac{\vec{\nabla}N_{e,i}}{N_{e,i}}-\nu_{col}(\vec{V}_{e,i}-\vec{U}), \qquad (7)$$

$$\frac{\partial N_{e,i}}{\partial t}+div(N_{e,i}\vec{V}_{e,i})=Q(z,t)-(\alpha_{e,i}N_{e,i}^2+\beta_{e,i}N_{e,i}), \qquad (8)$$

где (e,i) соответственно относятся к электронной и ионнной компонентам плазмы. В дальнейшем они опускаются, и будет подразумеваться ионная компонента плазмы: $\vec{V}$, q, m, V_T, $\vec{U}$, $Q(z,t)$, α и β – соответственно, вектор скорости, заряд, масса, тепловая скорость иона и скорость нейтральной атмосферы; $\vec{E}$ – напряжённость электрического поля, $\vec{b}$ – единичный вектор геомагнитного поля; ν_{col} – частота столкновений ионов с нейтралами; функция распределения ионизации в нижней ионосфере; коэффициенты квадратичной и линейной рекомбинаций.

Определив скорость ионов из уравнения (7) для стационарного случая,

$$\vec{V}\approx\vec{U}+\chi\vec{e}+\delta([\vec{U}\cdot\vec{b}]-D_a\nabla N/N), \qquad (*)$$

где $\chi=(q|\vec{E}|)/(m\nu_{col})$, $\vec{e}=\vec{E}/|\vec{E}|$, $\delta=\Omega_H/\nu_{col}$, $\Omega_H=q|\vec{B}|/(mc)$, $\vec{b}=\vec{B}/|\vec{B}|$, и подставив (*) в уравнение неразрывности (8) имеем:

$$\frac{\partial N}{\partial t}+div(N(\vec{U}+\chi\vec{e}+\delta[\vec{U}\cdot\vec{b}]))=Q-(\alpha N^2+\beta N). \qquad (9)$$

Рассматриваются лишь флуктуации скорости ($\vec{U}=\vec{U}_0+\vec{U}'$) и концентрации плазмы ($N=N_0+N'$). Выделим основную и возмущённую части уравнений движения и неразрывности (где средние значения обозначены скобками $\langle\ \rangle$):

$$div(N_0(\vec{U}_0+\chi\vec{e}+\delta[\vec{U}_0\cdot\vec{b}]))-D_a\Delta N_0+\left\langle div(N'(\vec{U}'+\delta[\vec{U}'\cdot\vec{b}]))\right\rangle=Q-(\alpha N_0^2+\beta N_0+\left\langle\alpha N'^2\right\rangle), \qquad (10)$$

и

$$\frac{\partial N'}{\partial t}-D_a\Delta N'+(2\alpha N_0+\beta)N'+div(\vec{U}_0+\chi\vec{e}+\delta[\vec{U}_0\cdot\vec{b}])N'+(\vec{U}_0+\chi\vec{e}+\delta[\vec{U}_0\cdot\vec{b}])\cdot gradN'+$$
$$+\alpha(N'^2-\left\langle N'^2\right\rangle)+div(N'\vec{U}'-\left\langle N'\vec{U}'\right\rangle)+\delta div(N'[\vec{U}'\cdot\vec{b}]-\left\langle N'[\vec{U}'\cdot\vec{b}]\right\rangle)=$$
$$=-div(N_0(\vec{U}'+\delta[\vec{U}'\cdot\vec{b}])). \qquad (11)$$

Четвёртый член в левой части уравнения можно упростить

$$div(\vec{U}_0+\chi\vec{e}+\delta[\vec{U}_0\cdot\vec{b}])N'\approx div(\vec{U}_0+\delta[\vec{U}_0\cdot\vec{b}])N'+L_E^{-1}\chi N';\ \chi=(q|\vec{E}|)/(m\nu_{col}).$$

В результате будем иметь:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - D_a\Delta + (2\alpha N_0 + \beta) + L_E^{-1}\chi\right)n' + div\left(\left(n'\cdot\bar{U}'\right) - \left\langle n'\cdot\bar{U}'\right\rangle\right) = -L_s^{-1}(\bar{U}'\cdot\vec{g}) - \delta div[\bar{U}'\cdot\vec{b}],$$

где толщина спорадического слоя L_s полагается равной толщине градиентного слоя концентрации плазмы , равной $L_g = N_0/|gradN_0|$, $n' = N'/N_0$, $\vec{g} = L_g|gradN_0|/N_0$.

Согласно [23] можно пренебречь членом $div\left\langle n'\bar{U}'\right\rangle$, тогда имеем:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - D_a\Delta + (2\alpha N_0 + \beta) + L_E^{-1}\chi\right)n' + div(n'\cdot\bar{U}') = -L_s^{-1}(\bar{U}'\cdot\vec{g}) - \delta div[\bar{U}'\cdot\vec{b}]. \quad (12A)$$

Далее рассматриваются спектры неоднородностей по известной стандартной форме спектрального анализа [21, 22]. Двухточечный корреляционный тензор поля скоростей $R_{ij}(\vec{r},\tau) = \left\langle U_i'(\vec{x},t)\cdot U_j'(\vec{x}',t')\right\rangle$ выражается посредством Фурье-преобразования

$$R_{ij}(\vec{r},\tau) = \int\Phi_{ij}(\vec{k},\omega)e^{i\vec{k}\vec{r}-i\omega\tau}d\vec{k}d\omega, \quad (13A)$$

где $\vec{x} = \vec{x}' - \vec{r}$, $t = t' - \tau$, спектральный тензор поля скоростей Φ_{ij} равен

$$\Phi_{ij}(\vec{k},\omega) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int R_{ij}(\vec{r},\tau)e^{i\omega\tau - i\vec{k}\vec{r}}d\tau d\vec{r}. \quad (14A)$$

В (13) допущение экспоненциальной релаксации корреляций поля скоростей $\bar{U}$ во времени даёт

$$R_{ij}(\vec{r},\tau) = \int F_{ij}(\vec{k})e^{-|\tau|/\tau_k}e^{i\vec{k}\vec{r}}d\vec{k}, \quad (15)$$

τ_k – время жизни турбулентной неоднородности масштаба $/\vec{k}/^{-1}$; $\tau_k^{-1} = \tau_t^{-1} + \tau_\nu^{-1}$, где $\tau_t^{-1} \approx \varepsilon^{1/3}k^{2/3}$ – скорость диссипации вихря благодаря турбулентному перемешиванию, $\tau_\nu^{-1} = \nu k^2$ – скорость вязкой диссипации вихря.

В случае изотропной несжимаемой плазмы тензоры $F_{ij}(\vec{k})$ и $\Phi_{ij}(\vec{k},\omega)$ соответственно равны:

$$F_{ij}(\vec{k}) = \frac{\delta_{ij} - k_ik_j/k^2}{4\pi k^2}E(k), \quad \Phi_{ij}(\vec{k},\omega) = \frac{\delta_{ij} - k_ik_j/k^2}{4\pi^2k^2\tau_k(\omega^2 + \tau_k^{-2})}E(k), \quad \mathrm{k} = /\vec{k}/. \quad (16)$$

здесь $E(k)$ – колмогоровская функция спектральной плотности энергии.

Для случайных полей $\bar{U}'(\vec{x},t)$ и $n'(\vec{x},t) = N'(\vec{x},t)/N_0$, стационарных функций $(\vec{x},t)$, с Фурье-преобразованиями

$$U_j'(\vec{x},t) = \int U_j'(\vec{k},\omega)e^{i\vec{k}\vec{x}-i\omega t}d\vec{k}d\omega, \quad n'(\vec{x},t) = \int n'(\vec{k},\omega)e^{i\vec{k}\vec{x}-i\omega t}d\vec{k}d\omega, \quad (17)$$

Фурье-трансформированное уравнение (12) имеет вид:

$$(D_a k^2 + \tau_r^{-1} + \tau_E^{-1} - i\omega) n'(\vec{k},\omega) + i k_j \int n'(\vec{k}',\omega') \cdot U'_j(\vec{k}-\vec{k}',\omega-\omega') d\vec{k}' d\omega = - \\ - L_s^{-1}(\vec{g} \cdot \vec{U}'(\vec{k},\omega)) - i\delta(\vec{k} \cdot [\vec{U}'(\vec{k},\omega) \cdot \vec{b}]). \tag{18}$$

Член со свёрткой в левой части уравнения представляет собой вклад, вносимый модой взаимодействия в процесс генерации плазменных флуктуаций, который можно феноменологически выразить через коэффициент турбулентной диффузии D_t. Тогда

$$[(D_a + D_t)k^2 + \tau_r^{-1} + \tau_E^{-1} - i\omega] n'(\vec{k},\omega) = - L_s^{-1}(\vec{g} \cdot \vec{U}'(\vec{k},\omega)) - i\delta(\vec{k} \cdot [\vec{U}'(\vec{k},\omega) \cdot \vec{b}]). \tag{19}$$

Полагая $D_t k^2 \approx \tau_t^{-1}$, для $n'(\vec{k},\omega)$ получаем

$$n'(\vec{k},\omega) = \frac{- L_s^{-1}(\vec{g} \cdot \vec{U}'(\vec{k},\omega)) - i\delta(\vec{k} \cdot [\vec{U}'(\vec{k},\omega) \cdot \vec{b}])}{(D_a k^2 + \tau_t^{-1} + \tau_r^{-1} + \tau_E^{-1} - i\omega)}.$$

С учётом $(\vec{k} \cdot [\vec{U}' \cdot \vec{b}]) = (\vec{U}' \cdot [\vec{b} \cdot \vec{k}])$ имеем

$$n'(\vec{k},\omega) = \frac{- L_s^{-1}\vec{g} - i\delta[\vec{b} \cdot \vec{k}]}{(D_a k^2 + \tau_t^{-1} + \tau_r^{-1} + \tau_E^{-1} - i\omega)} \cdot \vec{U}'(\vec{k},\omega), \tag{20}$$

Корреляционная функция $R_N(\vec{r},t) = \langle n'(\vec{x},t) \cdot n'(\vec{x}',t') \rangle$ флуктуаций плотности плазмы и инверсионное соотношение, при статистической однородности и стационарности равны:

$$R_N(\vec{r},t) = \int \Psi(\vec{k},\omega) e^{i\vec{k}\vec{r} - i\omega\tau} d\vec{k} d\omega, \quad \Psi(\vec{k},\omega) = (2\pi)^{-4} \int R_N(\vec{r},t) e^{i\omega\tau - i\vec{k}\vec{r}} d\tau d\vec{r}. \tag{21}$$

Имея в виду [21, 22] для статистически однородных и стационарных случайных полей

$$\left\langle U'_i(\vec{k},\omega) \cdot U'^{*}_j(\vec{k}',\omega') \right\rangle = \Phi_{ij}(\vec{k},\omega) \delta(\vec{k}-\vec{k}') \delta(\omega-\omega'), \tag{22}$$

и

$$\left\langle n'(\vec{k},\omega) \cdot n'^{*}(\vec{k}',\omega') \right\rangle = \Psi(\vec{k},\omega) \delta(\vec{k}-\vec{k}') \delta(\omega-\omega'), \tag{23}$$

где звёздочкой обозначена комплексная сопряжённость величин, с учётом (19) получается следующая зависимость между Ψ и Φ_{ij} функциями:

$$n'(\vec{k},\omega) = \frac{- L_s^{-1}\vec{g} - i\delta[\vec{b} \cdot \vec{k}]}{(D_a k^2 + \tau_t^{-1} + \tau_r^{-1} + \tau_E^{-1} - i\omega)} \cdot \vec{U}'(\vec{k},\omega)$$

$$\Psi(\vec{k},\omega) = \frac{(L_s^{-1} g_i + i \cdot \delta[\vec{b} \cdot \vec{k}]_i)(L_s^{-1} g_j + i \cdot \delta[\vec{b} \cdot \vec{k}]_j)}{\omega^2 + (D_a k^2 + \tau_t^{-1} + \tau_r^{-1} + \tau_E^{-1})^2} \cdot \Phi_{ij}(\vec{k},\omega). \tag{24}$$

Из (16А) и (24А) имеем:

$$\Psi(\vec{k},\omega) = \frac{1}{4\pi^2 \tau_k} \frac{(L_s^{-2} k^{-2} [\vec{g} \cdot \vec{k}]^2 + \delta^2 [\vec{b} \cdot \vec{k}]^2) k^{-2}}{(\omega^2 + (D_a k^2 + \tau_t^{-1} + \tau_r^{-1} + \tau_E^{-1})^2)(\omega^2 + \tau_k^{-2})} \cdot E(k) \tag{25}$$

Пространственный спектр плотности флуктуацнй плотности плазмы $P(\vec{k})$ определяется нуль-временной корреляционной функцией

$$\langle n'(\vec{x},t)\cdot n'(\vec{x}',t')\rangle = R_N(\vec{x}-\vec{x}',0) = \int P(\vec{k})e^{i\vec{k}(\vec{x}-\vec{x}')}d\vec{k}\,. \qquad (26)$$

а $P(\vec{k})$ связано с $\Psi(\vec{k},\omega)$ соотношением

$$P(\vec{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty}\Psi(\vec{k},\omega)d\omega\,. \qquad (**)$$

В результате интегрирования получено выражение для трёхмерной спектральной функции плотности энергии

$$P(\vec{k}) = \frac{L_s^{-2}k^{-2}[\vec{g}\cdot\vec{k}]^2 + \beta_i^2[\vec{b}\cdot\vec{k}]^2}{(\tau_k^{-1}+\tau_i^{-1}+\tau_r^{-1}+\tau_E^{-1}+D_ak^2)(\tau_i^{-1}+\tau_r^{-1}+\tau_E^{-1}+D_ak^2)4\pi k^2}E(\vec{k})\,. \qquad (27)$$

С помощью (27А) для среднеквадратичного значения флуктуаций плотности плазмы $\langle (N'/N_0)^2\rangle^{1/2}$ получено $\langle (N'/N_0)^2\rangle^{1/2} - \langle n'^2\rangle^{1/2} = \left(\int P(\vec{k})d\vec{k}\right)^{1/2}$. Откуда интегрирование по сфере радиуса k в $\vec{k}$ -пространстве даёт

$$\langle (N'/N_0)^2\rangle - \langle n'^2\rangle = \int_{k_1}^{k_2} P_1(k)dk\,, \qquad (***)$$

где одномерный спектр флуктуаций плотности плазмы равен

$$P_1(k) = \frac{2(L_s^{-2}+\beta_i^2k^2)}{3(\tau_k^{-1}+\tau_i^{-1}+\tau_r^{-1}+\tau_E^{-1}+D_ak^2)(\tau_i^{-1}+\tau_r^{-1}+\tau_E^{-1}+D_ak^2)}E(k) \qquad (28)$$

спектральных функций плотности кинетической энергии, которые описывают плазменные флуктуации, вызываемые турбулентностью нейтральной атмосферы в области волновых чисел внутреннего (k_d) и внешнего (L_s) масштабов неоднородностей.

Здесь L_s – толщина спорадического слоя, $\beta_i = \Omega_i/\nu_i$ – отношение гирочастоты иона к частоте столкновений иона с нейтралами β_i, $\vec{g}$, $\vec{b}$, D_a, τ_k, τ_i, τ_r, τ_E.

Было замечено, что эффект магнитного поля на формирование флуктуаций плазменной плотности доминирует при ме́ньших масштабах длины или при больших волновых числах $k > (\beta_i L_s)^{-1}$, тогда как относительная роль среднего градиента плотности плазмы более важна в случае генерации крупно-масштабных флуктуаций $k < (\beta_i L_s)^{-1}$. Приведём аналитические выражения для спектральных функций, описывающих два случая плазменных флуктуаций.

а) Случай коротковолновой длины плазменных флуктуаций:

$$P_1(k) = \frac{2\beta_i^2\varepsilon^{2/3}k^{1/3}}{3(\tau_k^{-1}+\tau_i^{-1}+\tau_r^{-1}+\tau_E^{-1}+D_ak^2)(\tau_i^{-1}+\tau_r^{-1}+\tau_E^{-1}+D_ak^2)},\quad k_d > k > (\beta_i L_s)^{-1} \qquad (29)$$

(в присутствии магнитного поля флуктуации плотности плазмы могут вызываться турбулентным движением слабоионизованного газа даже при движениях нейтралов являются несжимаемыми и градиент плотности фоновой плазмы отсутствует); для найденных параметров временного масштаба диффузии неднородностй плазменной плотности $\tau_d=(D_a k^2)^{-1}$, где D_a коэффициент амбиполярной диффузии, приравнивая τ_d временному масштабу турбулентного движения τ_t, из равенства $\tau_d=\tau_t$ получается волновое число k_d (аналог вязкого масштаба длины для нейтральной атмосферы), при котором диффузия становится самой важной.

Согласно этим значениям параметров, которые определяют $P_1(k)$, в рассматриваемом случае интервала волновых чисел (для масштабов длины 40 м < ℓ < 200 м) действительны неравенства $\tau_t^{-1}>\tau_d^{-1}$, $\tau_t^{-1}>\tau_r^{-1}$, можно ожидать, что локальная функция спектральной плотности должна быть пропорциональна $P_1(k)\propto k^{-1}$.

б) Случай длинноволновых неоднородностей:

$$P_1(k)=\frac{2L_s^{-2}\varepsilon^{2/3}k^{-5/3}}{3(\tau_k^{-1}+\tau_t^{-1}+\tau_r^{-1}+\tau_E^{-1}+D_a k^2)(\tau_t^{-1}+\tau_r^{-1}+\tau_E^{-1}+D_a k^2)},\qquad (\beta_t L_s)^{-1}>k>L_s^{-1}\tag{30}$$

(интенсивность плазменных флуктуаций пропорциональна среднему градиенту плотности плазмы $|\nabla n_0|/n_0=L_g^{-1}\approx L_s^{-1}$, где L_g – градиентный масштаб средней плазменной плотности). Для этого интервала волновых чисел выделяются три подобласти волновых чисел: $(\beta_i L_s)^{-1}>k>k_r$, $k_r>k>k_{rr}$ и $k_{rr}>k>L_s^{-1}$, где порядок величин k_r и k_{rr} определяется, приравниванием шкалы времён τ_t, шкалам τ_r и $2\tau_r$, соответственно формулами: $k_r\approx\varepsilon^{-1/2}(2\alpha_r N_R)^{3/2}$, $k_{rr}\approx\varepsilon^{-1/2}(\alpha_r N_R)^{3/2}$, $N_R\approx n_0$.

1) В подобласти $(\beta_i L_s)^{-1}>k>k_r$ (масштабы длин 200 м < ℓ < 450 м) неравенства $\tau_t^{-1}>\tau_d^{-1}$, $\tau_t^{-1}>\tau_r^{-1}$ сохраняют силу, однако, из-за увеличения влияния среднего градиента плотности спектральная функция принимает вид:

$$P_1(k)\propto k^{-3},\qquad (\beta_i L_s)^{-1}>k>k_r.\tag{31}$$

2) В подобласти $k_r>k>k_{rr}$ (масштабы длин 450 м < ℓ < 1273 м) удовлетворяются неравенства $\tau_t^{-1}<\tau_r^{-1}<2\tau_t^{-1}$, т.е. рекомбинация должна приниматься в расчёт, и тогда

$$P_1(k)\propto k^{-7/3},\qquad k_r>k>k_{rr}.\tag{32}$$

3) В подобласти $k_{rr}>k>L_s^{-1}$ (масштабы длин 1273 м < ℓ < 2000 м), рекомбинационное затухание доминирует ($\tau_r^{-1}>2\tau_t^{-1}$) и ожидаемая зависимость $P_1(k)$ есть:

$$P_1(k)\propto k^{-5/3},\qquad k_{rr}>k>L_s^{-1}.\tag{33}$$

Следует обратить внимание на то, что согласно (31)-(33) плазменные неоднородности в геомагнитном поле располагаются по размерам в обратном порядке по отношению к турбулентным неоднородностям нейтральной атмосферы.

3.2. Таким образом, образование среднеширотных спорадических-Е неоднородностей плазмы, благодаря турбулентности нейтральной атмосферы с маштабами длины $l_d<l<L_s\approx(D_a^3/\varepsilon)^{1/4}$, является следствием совместного действия таких процессов как: с

одной стороны, взаимодействие турбулентиого поля скоростей со средним градиентом плотности плазмы и геомагнитным полем, и, с другой стороны, рекомбинация, диффузия, электрическое поле, турбулентнное вихревое затухание, которые действуют как диссипационные процессы.Относительная роль этих процессов различна при различных масштабах неоднородностей и зависит от параметров спорадического E_s слоя. Например, роль градиента плотности и, скажем, эффект рекомбинации растёт с увеличением масштабов длины неоднородностей. Спектр неднородностей должен быть чувствительным к эффектам изменения упомянутых процессов. При использовании вида спектральной функции для спектра неоднородностей могут быть найдены отклонения от закона с постоянным спектральным индексом (или некоторого изменения наклона спектральной функции). Для оценки характерных масштабов длин при которых такие отклонения должны случиться, могут быть использованы следующие формулы:

$$l_\beta = \beta_i L_g \approx \beta_i L_s,\ \ l_r \approx \varepsilon^{1/2} /(2\alpha_r N_R)^{3/2},\ l_{rr} \approx \varepsilon^{1/2} /(\alpha_r N_R)^{3/2} \tag{34}$$

(для масштабов длины $l > l_\beta$ роль среднего градиента плотности плазмы становится более важной, чем влияние магнитного поля; для $l > l_r$ проявляется влияние рекомбинации; для $l > l_{rr}$ рекомбинация становится главным диссипационным процессом). Таким образом, при $l_d < l_\beta < l_r < l_{rr} < L_s$ в масштабах длин неоднородностей имеется четыре недостаточно широких подобластей. Кстати, заметим, что согласио японской программе SEEK по исследованию механизма генерации квазипериодической р/л отражаемости от направленных вдоль поля неоднородностей, введённых в ночные среднеширотные спорадические-E слои. Использовалнсь ракетные и наземные средства наблюдений. Во время этой кампанин в нижней термосфере на высотах (90-115 км) был зафиксирован широкий спектр плазменных неоднородностей, обусловленный по всей вероятности турбулентностью нейтральной атмосферы (этот вопрос в программу SEEK не входил) [20].

4. Анализ размерностей и спектральные функции турбулентности

4.1. Методом анализа размерностей получим следующие виды спектральных функций соответствующих подобластям инерционного интервала фазового пространства:

1) Инерционный интервал (ε, ν):

$$E(k) = \alpha\varepsilon_0^{2/3}\left[1 + (k/k_\nu)^{-8/3}\right]k^{-5/3}, \tag{35}$$

$k_\nu = (\varepsilon_0 / \nu^3)^{1/4}$ – волновое число вязкости; асимптотические значения спектральной плотности в области малых и больших волиовых чисел, соответственно равны: $E(k) = \alpha\varepsilon_0^{4/3}\nu^{-2}k^{-13/3}$ и $E(k) = \alpha\varepsilon_0^{2/3}k^{-5/3}$; для промежуточного значения имеем:

$$E(k) = \alpha\varepsilon_0\nu^{-1}k^{-3}. \tag{35a}$$

2) Подобласть амбиполярной диффузии (ε, D_a):

$$E(k) = \alpha\varepsilon_0^{2/3}\left[1 + (k/k_D)^{-8/3}\right]k^{-5/3}, \tag{36}$$

$k_D = (\varepsilon_0 / D_a^3)^{1/4}$ – волновое число амбиполярной диффузии; асимптотические значения спектральной плотности в области малых и больших волновых чисел, соответственно равны: $E(k) = \alpha\varepsilon_0^{4/3}D_a^{-2}k^{-13/3}$ и $E(k) = \alpha\varepsilon_0^{2/3}k^{-5/3}$; для промежуточного значения имеем:

$$E_D(k) = \alpha\varepsilon_0 D_a^{-1} k^{-3}. \qquad (36a)$$

3) Подобласть квадратичной рекомбинации (ε,α_1), $L_\alpha = \alpha_1 N_i^2$:

$$E(k) = \alpha\varepsilon_0^{2/3}\left[1 + (k/k_\alpha)^{-14/3}\right]k^{-5/3}, \qquad (37)$$

$k_\alpha = (\varepsilon_0/\alpha_1^3)^{1/7}$ – волновое число квадратичной рекомбинации; асимптотические значения спектральной плотности в области малых и больших волновых чисел, соответственно равны:, $E_\alpha(k) = \alpha\varepsilon_0^{2/3}k^{-19/3}k_\alpha^{14/3}$ и $E(k) = \alpha\varepsilon_0^{2/3}k^{-5/3}$; для промежуточного значения имеем:

$$E(k) = \alpha\alpha_1\varepsilon_0 k^{-4}. \qquad (37a)$$

4) Подобласть линейной рекомбинации (ε,β), $L_\beta = \beta N_i$:

$$E(k) = \alpha\left[1 + (k/k_\beta)^{-4/3}\right]k^{-5/3}, \qquad (38)$$

$k_\beta = (\beta^3/\varepsilon_0)^{1/2}$ – волновое число линейной рекомбинации; асимптотические значения спектральной плотности в области малых и больших волновых чисел, соответственно равны: $E_\beta(k) = \alpha\beta^2 k^{-3}$ и $E(k) = \alpha\varepsilon_0^{2/3}k^{-5/3}$; для промежуточного значения имеем:

$$E(k) = \alpha\beta\varepsilon_0^{1/3}k^{-7/3}. \qquad (38a)$$

5) Подобласть ионизации (ε,q):

$$E(k) = \alpha\varepsilon_0^{2/3}\left[1 + (k/k_q)^{-22/3}\right]k^{-5/3}, \qquad (39)$$

$k_q = (q^3/\varepsilon_0)^{1/4}$ – волновое число ионизации; асимптотические значения спектральной плотности в области малых и больших волновых чисел, соответственно равны: $E(k) = \alpha q^2 k^{-9}$ и $E(k) = \alpha\varepsilon_0^{2/3}k^{-5/3}$; для промежуточного значения имеем:

$$E(k) = \alpha q\varepsilon_0^{1/3}k^{-16/3}. \qquad (39a)$$

6) Подобласть плавучести (ε,ω_b):

$$E(k) = \alpha\varepsilon_0^{2/3}\left[1 + (k/k_b)^{-4/3}\right]k^{-5/3}, \qquad (40)$$

$k_b = (\omega_b^3/\varepsilon_0)^{1/2}$ – волновое число плавучести; асимптотические значения спектральной плотности в области малых и больших волновых чисел, соответственно равны: $E(k) = \alpha\omega_b^2 k^{-3}$ и $E(k) = \alpha\varepsilon_0^{2/3}k^{-5/3}$; для среднего значения имеем:

$$E(k) = \alpha\omega_b\varepsilon_0^{1/3}k^{-7/3}. \qquad (40a)$$

Таким образом, во всех выражениях для $E(k)$ подобластей инерционного интервала фигурируют поправочные множители вида $\left|1+(k/k_s)^{-m/n}\right|$, соответственно: на вязкость, источник ионизации, α- и β-рекомбинации, амбиполярную диффузию плазмы и плавучесть. Полученные здесь результаты (для диффузии, линейной рекомбинации и плавучести: см. ф-лы (36)-(36a), (38)-(38a) и (40)-(40a) согласуются с результатами теории (см. ф-лы (3), (6), (31)-(33)).

4.2. **Замечание**. При построении интересующих нас спектральных функций, будем рассматривать асимптотические случаи ((35)-(40)), т.е. полагать, что ансамбль турбулентных вихрей становится бесконечно большим, с сохранением их плотности (аналогично термодинамическому пределу в статистической физике). Физически, после такого предельного перехода, в фазовом пространстве можно представить цепочку подобластей инерционного интервала, т.е. расшифровать поправочный множитель при $E(k)$ в формулах (27)-(30) и др. (в [12] $E(k)$ представляется также в виде графиков) или в (27a)-(30a).

Введение совокупности вспомогательных спектральных функций потребует сопоставления со статистическими формулами, приведёнными выше. При каждом выборе спектральной подобласти, спектральная функция определяется как решение уравнения неразрывности, описывающего движение нумерованной неоднородности в фазовом пространстве, как изолированной группы молекул в общем ансамбле вихрей.

Аналогично методу групповых разложений функций распределения частиц в фазовом пространстве будем строить спектральные функции ансамбля турбулентных вихрей. В фазовом пространстве будут рассматриваться инерционные подобласти, занятые процессами турбулизации нейтральной атмосферы (колмогоровская спектральная функция $E(k)$), плавучести ($E_B(k)$), диффузии плазмы ($E_D(k)$), рекомбинации ($E_R(k)$) и ионизации ($E_Q(k)$). Обобщённая спектральная функция S(k), учитывающая эти процессы, может быть представлена в виде группового разложения

$$S(k,t) = \Sigma\Pi(-1)^{k-1}(k-1)!E_\ell(\,;t), \qquad (41)$$

в котором суммирование производится по всем группам процессов, каждой из которых ставится в соответствие умноженное на $(-1)^{k-1}(k-1)!$ произведение спектральных функций E_ℓ, аргументами которых являются параметры рассматриваемых процессов.

Литература

1. Balsley B. B., Carter D. A. The spectrum of atmospheric velocity fluctuations at 8 and 86 km. Geophys. Res. Lett., 1982, vol. 9, pp. 465-468.
2. Vincent R. A. Planetary and gravity waves in the mesosphere and lower thermosphere. Adv. Space Res., 1990, vol. 10, pp. 93-101.
3. Gvelesiani A. I. On the hierarchy of mesoscale vortexes in the turbulent medium. J. Georgian Geophys. Soc., 2006/2007, v. 11B, pp. 3-11.
4. Gvelesiani A. I. To the problem of the upper atmosphere turbulence. J. Georgian Geophys. Soc., 2008, v. 12B, pp. 76-78.
5. Sidi C., Dalaudier F. Temperature and heat flux spectra in the turbulent buoyancy subrange. PAGEOPH, 1989, v. 130, Nos. 2/3, pp. 547-569.
6. Holloway G. Consideration on the theory of temperature spectra in stably stratified fluids. J. Phys. Ocean, 1986, vol/ 16, pp. 2179-2183.
7. Shur G. N. Experimental investigations of the energy spectral density of atmospheric turbulence. Proc. CAO, 1962, vol. 43, pp. 79-90. (Шур Г. Н. Экспериментальные исследования энергетического спектра атмосферной турбулентности. Труды ЦАО,

1962, вып. 43, сс. 79-90).
8. Lumley J. L. Theoretical aspects of research on turbulence in stratified flows, 1965. In: Atmospheric Turbulence and Radio Waves Propagation (eds. A. M. Yaglom and V. I. Tatarsky) Nauka, Moscow, 1967, pp. 105-109.
9. Phillips O. M. On the Bolgiano and Lumley-Shur theories of the buoancy subrange. In: Atmospheric Turbulence and Radio Waves Propagation (eds. A. M. Yaglom and V. I. Tatarsky) Nauka, Moscow, 1967, pp. 121-128.
10. Bolgiano R. Turbulent spectra in a stably stratified atmosphere. J. Geophys. Res., 1959, vol. 64, pp. 2226-2229.
11. Townsend A. A. Turbulent shear flow. Cambridge University Press, Cambridge, 1976.
12. Kyzyurov Yu. V. On the spectrum of mid-latitude sporadic-E irregularities. Ann. Geophysicae. 2000, vol. 18. pp. 1283-1292.
13. Thrane E. V. et al. Neutral air turbulence in the upper atmosphere observed during the Energy Budget Campaign. J. Atmos. Terr. Phys., 1985, v. 47, pp. 243-264.
14. Dickinson P. H. G. Simultaneous observations of E-region irregularities by ground-based and rocket-borne techniques. J. Atmos. Terr. Phys., 1985, v. 47, pp. 265-281.
15. Sinha H. S. S. Plasma density irregularities in the equatorial D-region produced by neutral turbulence. J. Atmos. Terr.Phys., 1992, v. 54, N1, pp. 49-61.
16. Sinha H. S. S., Raizada S. Some new features of ionospheric plasma depletions over the Indian zone using all sky optical imaging. Earth Planets Space, 2000, v. 52, pp. 549-559.
17. Raizada S., Sinha H. S. S. Some new features of ionospheric plasma depletions over the Indian zone using all sky optical imaging. Ann. Geophysicae, 2000, v. 18, pp. 141-151.
18. Sinha H. S. S., Raizada S. First in situ measurement of electric field fluctuations during strong spread F in the Indian zone. Ann. Geophysicae, 2000, v. 18, pp. 523-531.
19. Хантадзе А. Г., А. И. Гвелесиани. К теории диффузии ионосферной плазмы в области F. Москва: Наука, 1979, 116 с.
20. Fukao S., Yamamoto M., Tsunoda R. T., Hayakawa H., and Mukai T. The SEEK (Sporadic-E experiment over Kyushu) campaign. Geophys. Res. Lett., 1998, vol. 25, p. 1761.
21. Batchelor G. K. The theory of homogeneous turbulence. Cambridge, University Press, London, 1953.
22. Татарский М. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967.
23. McComb W. D., Filipiak M. J., Shanmugasundaram V. Rederivation and further assessment of the LET theory of isotropic turbulence, as applied to passive scalar convection. J. Fluid Mech., 1992, vol. 245, p. 279.

სუსტად იონიზირებული იონოსფეროს ტურბულენტობის საკითხისათვის

გველესიანი ა.

რეზიუმე

განხილულია ცნობილი და ნაშრომში მიღებული საკუთარი თეორიული კვლევის შედეგები ნეტრალურ და გამტარ ატმოსფეროში ტურბულენტური პროცესების შესახებ. გამოყენებულია სტატისტიკური ფიზიკის, მსგავსებისა და განზომილებათა თეორიების მეთოდები (უკანასკნელი იძლევა საშუალებას გვერდი აუაროთ ამოცანის გადაჭრის მათემატიკურ სიძნელეებს). ჩატარებულია პროცესების სივრცით-დროითი მასშტაბების კლასიფიკაცია (დიფუზია, რეკომბინაცია, იონიზაცია, ტივტივი, ელექტრო-მაგნიტური მობლენები), რომლებიც ერთდროულად მიმდინარეობს ტურბულენტურ ზედა ატმოსფეროში. მოცემულია ფაზური სივრცის ინერციულ ინტერვალში შესაბამისი ტურბულენტური გრიგალური სტრუქტურების სპექტრალური ფუნქციების აგების ჯაჭვი.

К ВОПРОСУ О ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ИОНОСФЕРЕ

Гвелесиани А. И.

Реферат

Рассматрены известные и полученные в работе результаты собственных теоретических исследований процесса турбулентности в нейтральной и проводящей атмосфере. Применены методы статистической физики и теории подобия и анализа размерностей, позволяющей, в ряде случаев, обойти трудности аналитического решения задачи. Получено аналитическое выражение для спектральной функции плазменных неоднородностей, позволяющей детально объяснить типы спектров экспериментально наблюдаемых неоднородностей (зависимость спетрального индекса от характеристик спорадического-Е слоя) и возможное отклонение от вида спектрального закона. Сделаны оценки масштабов длины, когда эти отклонения должны произойти. Проведена классификация пространственно-временных масштабов процессов (диффузии, рекомбинации, ионизации, плавучести), протекающих одновременно в турбулентной верхней атмосфере, и дана цепочка соответствующих спектральных функций турбулентности вихревых структур в инерционном интервале фазового пространства.

TO THE PROBLEM OF A LIGHT IONIZED IONOSPHERE PLASMA TURBULENCE

Gvelesiani A. I.

Abstract

Obtained theoretical results of studying of the processes providing in the light ionized ionosphere are discussed and compared with the well known other investigations of the turbulence processes in the neutral and conducting atmosphere. For this purpose the methods of statistical physics, theory of similarity and analysis of measurement were used. It is obtained common expression for spectral function of the ionosphere plasma irregularities (three-dimensional spectrum and one-dimensional power one), from which one can find formulas for subranges of the different processes of the ambipolar diffusion, recombination, ionization and buoyancy in Kolmogorov's inertial interval. It is also given classification of the spatial and temporal scales for them and preliminary result of construction of chain of spectral function for turbulent vortex structures in the inertial range of the phase space.