

Кереселидзе Д.¹, Трапаидзе В.¹, Брегвадзе Г.¹, Григолия Г.², Дохнадзе Г.³, Алавердашвили М.¹

¹Тбилисский гос. университет им. И.Джавахишвили, Тбилиси.

²Институт Гидрометеорологии Грузинского
 Технического Университета, Тбилиси.

³Институт водного хозяйства Грузинского
 Технического Университета, Тбилиси.

УДК:: 551.482.215.3

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КАТАСТРОФИЧЕСКИХ ПАВОДКОВ

Анализ различных природных явлений показывает, что законы природы, которые считают детерминистическими, определяют поведение природы «в среднем». Во многих случаях такое «среднее поведение» достаточно близко к тому, что имеющиеся отклонения можно пренебречь. В таких случаях детерминистические законы особенно ценны. В других, не менее важных ситуациях случайные отклонения могут оказаться значительными. В этих случаях необходимо использовать вероятные методы, которые достаточно четко отражают физическую реальность и включают в себя детерминистические решение в качестве частного случая. В данной работе для разработки способа предсказания характеристик катастрофических расходов паводков, попытаемся использовать известные методы теории случайных процессов а именно теорию пересечения уровня (теории выбросов) [3.4]

Для прогнозирования характеристик катастрофических паводков наиболее интересно установление среднего числа появлений катастрофических максимальных расходов за определенное время, величины максимальных расходов, средней длительности этих расходов, средней длительности интервала между катастрофическими расходами. Решение перечисленных и связанных с ними задач является одной из актуальных задач гидрологии.

Среднее число превышения заранее заданного значения уровня расхода паводка возможно определить путем установления среднего числа выбросов и других характеристик приемами теории пересечения уровня. Решение задачи упрощается, если допустить, что процесс изменения спаводочного процесса стационарный, распределенный по нормальному закону обладающий свойствами эргодичности. Кроме этого необходимо, чтобы функциональное выражение расхода реки $Q(t)$ был непрерывным и дифференцируемым.

Стационарный случайный процесс будет дифференцируемым, если существует вторая частная производная от корреляционной функции. Она должна быть подобрана так, чтобы имела вторую производную в точке $t = 0$. Наиболее подходящей представляется такая функция корреляционной матрицы, которая является корреляционным моментом изучаемого случайного процесса.

Корреляционная функция имеет вид:

$$\tilde{K}_Q(t_k, t_j) = \left[\frac{\sum_{i=1}^n Q_i(t_k) Q_i(t_j)}{n} - \tilde{m}_Q(t_k) \tilde{m}(t_j) \right] \binom{n}{n-1} \quad (1)$$

Для решения поставленной задачи особо важно знание тех расходов реки, которые выше толерантного значения Q_T . Толерантный это такое значение расхода, которая является терпимым с точки причиняемого как экологического, так и социального ущерба. Из теории выбросов [1.2.3] известно, что среднее число выбросов за толерантный уровень Q_T за время T и средняя длительность выброса собственно могут быть выражены следующими зависимостями

$$\nu_{Q_T} = T \int_0^{\infty} Q f(Q_T, Q) dQ \quad (2)$$

$$\tilde{\tau} = \frac{\int_0^{\infty} f(Q) dQ}{\int_0^{\infty} Q f(Q_T, Q) dQ} \quad (3)$$

Для стационарного процесса

$$\nu_{Q_T} = \frac{\nu_{Q_T}}{T} = \int_0^{\infty} Q f(Q_T, Q) dQ \quad (4)$$

Двухмерная плотность распределения вероятности $f(Q, X)$ в данном случае может быть представлена в виде произведения нормальных плотностей распределения Q и X

$$f_{(Q,v)} = \frac{1}{\delta_Q \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(Q_T - Q)^2}{2\delta_Q^2} \right] \frac{1}{\delta_v \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{v^2}{2\delta_v^2} \right] \quad (5)$$

После постановки (5) в (3) имеем:

$$\tilde{\tau} = \pi \frac{\delta_Q}{\delta_v} \exp \left[\frac{(Q_T - \bar{Q})^2}{2\delta_Q^2} \right] \left[1 - F \left(\frac{Q_T - \bar{Q}}{\delta_Q} \right) \right] \quad (6)$$

Где F – интегральная функция Лапласа

$$F(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{t^2/2} dt \quad (7)$$

При рассмотрении выбросов за нулевой уровень, т.е. при $Q_T = \bar{Q}$ формула (6) упрощается и принимает вид:

$$\tilde{\tau} = \pi \frac{\delta_Q}{\delta_v} \quad (8)$$

Часто с приемлой точностью для практических задач можно допустить, что

$$\frac{\delta_v}{\delta_Q} = 2\pi\bar{v}_0 \quad (9)$$

Где $\bar{v}_0 = N_0/T_0$, N_0 - среднее число нулей случайного процесса за время $t=0$. Тогда

$$\bar{v}_{Q_T} = \bar{v}_0 \exp\left[\frac{(Q_T - \bar{Q})^2}{2\delta_Q^2}\right] \quad (10)$$

При наличии реализации случайного процесса среднее число \bar{v}_0 определяется статистическим путем. В этом случае, среднее число выбросов за любой уровень находится без знания корреляционной функции.

При наличии корреляционной функции, значение дисперсии может быть установлено, как ее вторая производная в начальный момент:

$$\delta_{\tau}^2 = \left. \frac{-d^2 K_Q(\tau)}{d\tau^2} \right|_{\tau=0} = -K_0'' \quad (11)$$

Где $K_Q(t)$ – корреляционная функция процесса. С учетом (12) выражение (11) запишется так:

$$v_{Q_T} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{-K_0''}{K_0} \right)^{1/2} \exp\left[-\frac{(Q_T - \bar{Q}_K)^2}{2\delta_{Q_K}^2}\right] \quad (12)$$

Если

$$K_Q(t) = \delta^2 r(t) \quad (13)$$

$$v_{Q_T} = \frac{\sqrt{-r_0''}}{2\pi} \exp\left[-\frac{(Q_T - \bar{Q}_K)^2}{2\delta_{Q_K}^2}\right] \quad (14)$$

Где $r(f)$ нормированная корреляционная функция

$$r_0'' = \left. \frac{d^2 r(\tau)}{d\tau^2} \right|_{\tau=0} \quad (15)$$

При наличии ряда наблюдений над катастрофическими расходами, зависимость для прогнозирования частоты катастрофических расходов, т.е. превышение за уровень толерантных значений расходов Q_T может быть записан в простом виде:

$$v_{Q_T} = v_0 \exp\left[-\frac{(Q_T - \bar{Q}_K)^2}{2\delta_{Q_K}^2}\right] \quad (16)$$

где \bar{Q}_K математическое ожидание атастрофических расходов .

Как видно для решения поставленной задачи, внешней проблемой является установление дисперсии скорости изменения ординаты случайной функции, которую можно установить помимо корреляционной формулы, что довольно сложно, с помощью Котельникова – Шенона.

Формулу Котельникова – Шенона можно написать в следующем виде:

$$\chi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \xi\left(\frac{K\pi}{\alpha}\right) \frac{\sin\alpha\left(t - \frac{K\pi}{\alpha}\right)}{\alpha\left(t - \frac{K\pi}{\alpha}\right)} \quad (17)$$

Допустим, что $\xi(t)$ функция описывает суточные изменения расходов воды, тогда скорость изменения ординаты случайной функции будет равна первой производной функции $\xi(t)$

После несложных преобразований, первая производная функции $\xi(t)$ будет иметь следующий вид:

$$\xi(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} (-1)^K \left(\frac{K\pi}{\alpha}\right) \frac{\alpha \left(t - \frac{K\pi}{\alpha}\right) \cos \alpha t - \sin \alpha t}{\alpha \left(t - \frac{K\pi}{\alpha}\right)^2} \quad (18)$$

Когда $t = \frac{K_0\pi}{\alpha}$, где K_0 – фиксированное целое число, формула (18) преобразуется в следующий вид:

$$\xi^1\left(\frac{K_0\pi}{\alpha}\right) = \frac{\alpha}{\pi} \sum_{K=-\infty}^{\infty} (-1)^{K+K_0} \frac{\xi\left(\frac{K\pi}{\alpha}\right)}{K_0 - K} \quad (19)$$

С помощью формулы (19) получаем новые ряды, которые являются скоростями изменения случайной исходной функции. Далее находим среднеквадратическое отклонение этих рядов. Подставляя значение δ_D в формулы (4, 6) решаем поставленную задачу.

Обе теории нами применены для расчёта катастрофических расходов воды некоторых рек западной Грузии. В таблице 1 представлены результаты вычислений, как по методу автокорреляционной функции, так и по методу Котельникова – Шенона, соответственно для рек Риони, Бзыбь и Натанеби.

Как видно из таблицы 1, расхождение между значениями, полученными с помощью этих методов, незначительное. Поэтому применение метода Котельникова – Шенона, для расчета среднего числа и продолжительности выбросов, целесообразнее, так как это намного проще.

Река	По методу автокорреляционной функции			По методу Котельникова – Шенона		
	ν_{Q_T}	$\bar{\tau}$	$\bar{\tau}_1$	ν_{Q_T}	$\bar{\tau}$	$\bar{\tau}_1$
Риони	0,09 8	2,883	5,661	0,09 4	2,660	5,305
Бзыбь	0,27 7	0,816	2,014	0,27 3	0,915	1,830
Натанеби	0,31 7	0,714	1,881	0,31 2	0,805	1,567

В заключении следует заметить, что оценка такого процесса как поводни, обусловленные множеством неопределенных факторов, не может быть совершенно точной. Однако проведение расчетов вселяет уверенность, что поставленные задачи могут быть решены с достаточным для практики приближением.

ლიტერატურა- REFERENCES ЛИТЕРАТУРА

1. Мирцхулава Ц.Е. Надежность системы осушения. М., Агропромиздат, 1985, 239 с
2. Мирцхулава Ц.Е. Основы физики и механики эрозий русел. Л., Гидрометеиздат, 1988, 304 с
3. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М., Наука, 1968, 512 с
4. Тихонов В. И. Выбросы случайных процессов. М., Наука, 1970, 468 с

შპს 551.482.215.3

კატასტროფული წყალმოვარდნების პროგნოზირება./დ. კერესელიძე, ვ.ტრაპაიძე, გ.ბრეგვაძე, გ.გრიგოლია, გ.დობნაძე/საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ჰიდრომეტეოროლოგიის ინსტიტუტის შრომათა კრებული -2011. - ტ.117.-გვ. 14-16.- რუს.; რეზ. ქართ., ინგლ., რუს.

ჩვენი პლანეტის მრავალი რეგიონი კატასტროფული წყალმოვარდნების საფრთხეს განიცდს. მრავალრიცხოვანი კვლევების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ კატასტროფული წყალმოვარდნების პროგნოზირების სხვადასხვა დეტერმინისტული მეთოდების გამოყენება ვერ უზრუნველყოფს პროგნოზის სიზუსტეს, რადგანაც ისინი წყალმოვარდნის პროცესში მონაწილე სხვადასხვა მახასიათებლებს უგულვებელყოფენ. ასეთ შემთხვევაში აუცილებელია ალბათური მეთოდების გამოყენება, რომლებიც საკმაო სიზუსტით გამოსახავენ წყალმოვარდნების ფიზიკურ არსს. ნაშრომში წყალმოვარდნათა კატასტროფული ხარჯების მახასიათებლების პროგნოზირებისათვის გამოყენებულია შემთხვევითი პროცესის თეორიის მეთოდები, კერძოდ დონეების გადაკვეთის თეორია (ამოვარდნათა თეორია) მისი საშუალებით დადგენილია მაქსიმალური ხარჯების ამოვარდნის საშუალო რიცხვი დროის გარკვეულ შუალედში, ხანგრძლივობა და დროის ინტერვალი წყალდიდობის კატასტროფულ ხარჯებს შორის. ამ მახასიათებლების მისაღებად აუცილებელია შემთხვევითი ფუნქციის ორდინატის ცვლილების სიჩქარის დისპერსიის ცოდნა. იგი დადგენილია ორი მეთოდით: კორელაციური ფუნქციისა და კოტელნიკოვ-შენონის მეთოდით. მიღებული შედეგები გვიჩვენებს, რომ ორივე მეთოდით მიღებულ სიდიდეებს შორის განსხვავება უმნიშვნელოა, ამიტომ კატასტროფულ წყალმოვარდნათა ხარჯების ამოვარდნათა საშუალო რიცხვის და ხანგრძლივობის ანგარიში მიზანშეწონილია კოტელნიკოვ-შენონის უფრო მარტივი მეთოდით.

UDC: 551.482.215.3

Forecasting catastrophic freshets./ Kereselidze D, Trapaidze V, Bregvadze G, Grigolia G, Dokhnadze G./Transactions of the Institute of Hydrometeorology, Georgian Tekhnical University. -2011. - т.117. – pp. 14-16. - Russ.; Summ. Georg.; Eng.; Russ.

Many regions of our planet face the hazard of catastrophic freshets. The analysis of numerous studies shows that the use of different deterministic methods to forecast catastrophic freshets fails to yield an accurate forecast, as they tend to ignore different features in the process of freshets. In such a case, it is necessary to use the probability methods, which describe the physical essence of freshets with a great accuracy. The work uses the methods of the theory of random processes to forecast the properties of the catastrophic discharge of freshets, in particular the level intersection theory (the falling-out theory) is used to fix the average number of falling-outs of peak discharges in the given time interval, duration and interval of time between the catastrophic discharges of freshets. In order to gain the mentioned indicators, it is necessary to know the value of dispersion of the speed of change of the casual function ordinate. It is fixed by using two methods: the method of correlation function and Kotelnikov-Shenon method. The gained results show that the difference between the values gained by using the two methods is insignificant. Therefore, the calculation of the average number and duration of the discharges of catastrophic freshets is reasonable by using a

simpler, Kotelnikov-Shenon method.

УДК: 551.482.215.3

Прогнозирование катастрофических паводков/ Кереселидзе Д., Трапаидзе В., Брегвадзе Г., Григолия Г., Дохнадзе Г./ Сб. Трудов Института Гидрометеорологии Грузинского Технического Университета Грузии. –2011. – т.117. – с. 14-16. – Рус.; Рез. Груз., Англ., Рус.

Многие регионы нашей планеты испытывают угрозу катастрофических наводнений. Анализ многочисленных исследований показывает, что использование различных детерминистических методов прогнозирования наводнений не обеспечивает точность прогноза, так как они не учитывают различные характеристики, участвующие в процессе наводнения. В таком случае необходимо использование вероятностных методов, которые с достаточной точностью выражают физическую сущность наводнений. В труде для прогнозирования характеристик катастрофических расходов наводнений использованы методы теории случайного процесса, в частности, теория пересечения уровней (теория выпаданий). С её помощью установлены среднее число выпаданий максимальных расходов в определенном промежутке времени, продолжительность и интервал времени между катастрофическими расходами наводнения. Для получения этих показателей необходимо знать дисперсию скорости изменения ординаты случайной функции. Она установлена двумя методами: методом корреляционной функции и методом Котельникова-Шенона. Полученные результаты показывают, что между величинами, полученными обоими методами, разница незначительная, поэтому вычисление среднего числа и продолжительности выпаданий расходов наводнений целесообразно более простым методом Котельникова-Шенона.